



UNIVERSIDAD CATOLICA DEL NORTE
ESCUELA DE INGENIERIA COMERCIAL
LARRONDO 1281 COQUIMBO CHILE
FONO FAX 56 - 51 - 325979

DOCUMENTO DOCENTE

EL MODELO DE FISHER Y LAS DECISIONES FINANCIERAS

SERGIO ZÚÑIGA JARA

1° Ed.: ARICA, ABRIL 1993
2° Ed.: COQUIMBO, JULIO 1996

ÍNDICE

1.- PRESENTACIÓN	1
2.- LOS MODELOS	2
3.- EL ESCENARIO Y LOS SUPUESTOS BÁSICOS	3
3.1.- ESCENARIO DE 1 PERÍODO DE TIEMPO (2 INSTANTES)	3
3.2.- PERFECTA CERTIDUMBRE	3
3.3.- MERCADO DE CAPITALS PERFECTO.....	4
3.4.- INDIVIDUOS RACIONALES, MAXIMIZADORES DE UTILIDAD.....	6
3.5.- EXISTENCIA DE OPORTUNIDADES DE INVERSIÓN PRODUCTIVA.....	7
4.- LA CONDUCTA DE OPTIMIZACIÓN	9
4.1.- SIN OPORTUNIDADES DE INVERSIÓN Y CON MERCADO DE CAPITALS	9
4.2.- CON OPORTUNIDADES DE INVERSIÓN Y SIN MERCADO DE CAPITALS	14
4.3.- CON OPORTUNIDADES DE INVERSIÓN Y CON MERCADO DE CAPITALS.....	19
5.- APLICACIONES CORPORATIVAS	23
5.1.- IMPORTANCIA DEL MERCADO DE CAPITALS.....	23
5.2.- PROPIETARIOS Y AGENTES	24
5.3.- CRITERIOS DE DECISIÓN (BAJO CERTEZA).....	25
5.4.- EL COSTO Y LA ESTRUCTURA ÓPTIMA DEL CAPITAL	28
6.- EL MODELO DE FISHER CON FINANCIAMIENTO EXTERNO	30
6.1.- POLÍTICA DE FINANCIAMIENTO	30
6.2.- POLÍTICA DE DIVIDENDOS	33
7.- TÓPICOS EN EL MODELO	36
7.1.- COSTOS DE TRANSACCIÓN: MERCADO DE CAPITALS IMPERFECTO	36
7.2.- TASAS CRECIENTES DE ENDEUDAMIENTO.....	38
7.3.- OPORTUNIDADES DE INVERSIÓN NO INDEPENDIENTES.....	38
7.4.- CAMBIOS EN LA CURVA DE TRANSFORMACIÓN Y EN LA TASA DE I.....	40

1.- PRESENTACIÓN

El presente trabajo desarrolla uno de los temas de mayor importancia para la teoría financiera y su estudio constituye el punto de partida para los modernos cursos de Finanzas, por cuanto permite describir esquemáticamente la toma de eficiente de decisiones corporativas en un contexto intertemporal, haciendo uso de herramientas de evaluación tan populares como el Valor Actual Neto y La Tasa Interna de Retorno. Se revisan en este trabajo además, aspectos corporativos novedosos que se relacionan con la estructura óptima de capital y consideraciones acerca de las políticas de Financiamiento y las políticas de Dividendos.

El autor ha puesto énfasis en la incorporación de ejercicios resueltos, minimizando en lo que es posible el uso del cálculo de optimización. Así, este trabajo ha sido preparado y orientado para los alumnos de pre-grado de la Escuela de Ingeniería Comercial de la Universidad Católica del Norte - Coquimbo.

El modelo fue desarrollado originalmente por Irwin Fisher en su libro "La Teoría del Interés" (1930) y recibió interesantes aportes posteriores por parte de Jack Hirshleifer en su artículo "Acerca de la Teoría de la Decisión Óptima de Inversión", publicado en el Journal of Political Economics en 1958.

2.- LOS MODELOS

Un modelo es una representación simplificada de la realidad. En su construcción se eliminan detalles para concentrarse en los factores esenciales, motivo por el cual existe una dosis de arbitrariedad de los analistas en cada caso, por cuanto la realidad en sí es inmanejable en cuanto a ciencias sociales se refiere.

Un modelo que intente incorporar todos los elementos de la realidad sería tan complejo que se perderían los objetivos básicos, es decir, que cuanto más compleja sea la materia en estudio, mayores serán los beneficios potenciales obtenibles de la construcción de los modelos. Así, los modelos proporcionan un marco de referencia coherente para la investigación científica, aclarando acontecimientos complejos y evitando los extravíos conceptuales sin propósito.

Ciertamente los modelos se basan en supuestos simplificadores, pero en concreto, ¿puede ser probada una hipótesis (modelo) por el realismo de sus supuestos?. Basta citar un ejemplo de Milton Friedman: Suponemos habitualmente que las empresas buscan maximizar los rendimientos y que los individuos intentan maximizar su nivel de utilidad, y esto no significa que hombres de negocios e individuos resuelvan problemas de matemáticas de optimización intertemporal del tipo planteado por los Lagrangeanos. Cuando un jugador de billar experto medita su próximo golpe en realidad actúa como si conociera las complicadas fórmulas matemáticas que entregan las direcciones correctas del tiro óptimo. Así, empresas e individuos actúan como si maximizaran su función objetivo.

La evidencia a favor de una hipótesis (modelo) se acumula simplemente en el proceso repetido de intentar contradecirla sin éxito. Esta evidencia se acumula favorablemente con el uso sistemático del modelo. Inversamente, una teoría no puede ser probada sólo por el realismo de sus supuestos.

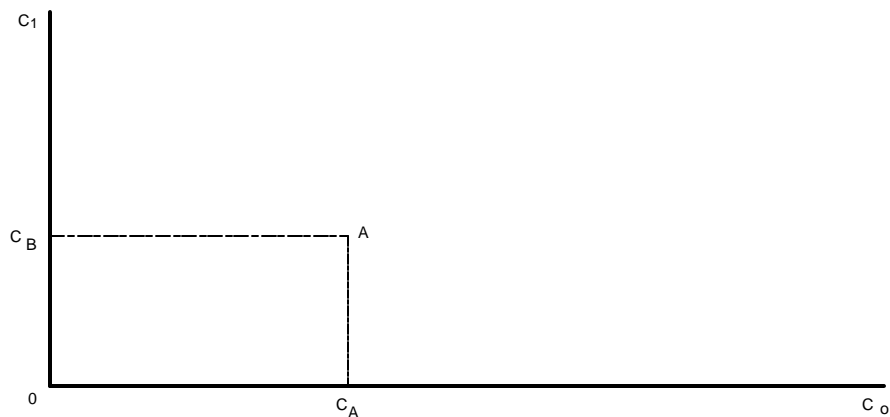
3.- EL ESCENARIO Y LOS SUPUESTOS BÁSICOS

Cinco son los supuestos aquí utilizados y que en definitiva delimitan el marco de análisis del modelo.

3.1.- ESCENARIO DE 1 PERÍODO DE TIEMPO (2 INSTANTES)

Todo el análisis se limita a un horizonte de sólo 1 período, que puede ser un año, mes o día. A esto simplemente llamamos período futuro a diferencia de la situación actual que llamamos período presente.

Este escenario puede ser presentado a través de un simple gráfico bidimensional en que en las abscisas graficamos las unidades monetarias del presente y en las ordenadas las unidades monetarias del período futuro.



Un punto cualquiera A representa una dotación inicial de C_A unidades de consumo (monetarias) hoy, y C_B unidades de consumo futuras. Cualquier punto al noreste de A representa una mayor riqueza total.

3.2.- PERFECTA CERTIDUMBRE

Este supuesto significa simplemente que no existe riesgo acerca de los flujos esperados de las inversiones. Cuando se descubre una oportunidad de inversión productiva y se evalúa un proyecto en consecuencia, los flujos futuros son seguros y la tasa de descuento relevante no debe incorporar entonces una prima por riesgo. Así la tasa

de interés apropiada es la tasa libre de riesgo, y representa el valor del dinero en el tiempo.

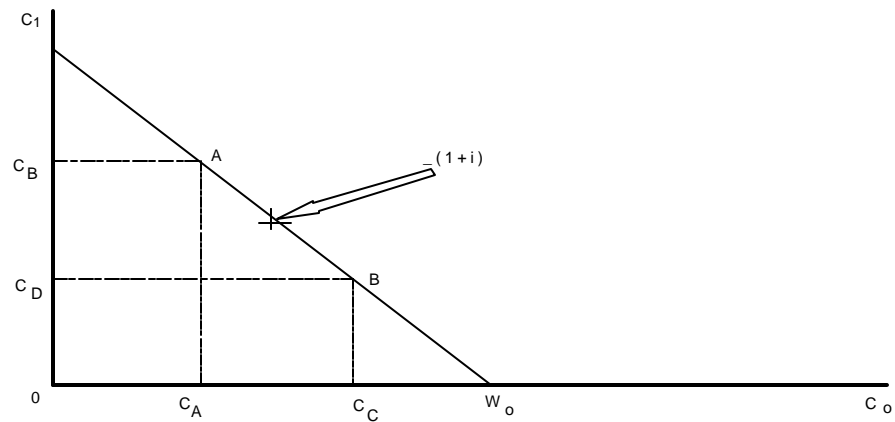
Perfecta certidumbre, por cierto no constituye adivinación, lo que significa que estamos interesados, por ahora, en alternativas de inversión y activos sobre cuyos pagos futuros no hay riesgo de incumplimiento. No sabemos que estado de la naturaleza ocurrirá ex-post, pero en cualquier caso el pago futuro será el mismo. Este supuesto puede ser levantado con relativa simplicidad (para el caso de 1 período) y para ello debemos incorporar en el análisis algún modelo de valoración de activos de capital bajo riesgo, como por ejemplo el CAPM de Sharpe-Litner-Black.

3.3.- MERCADO DE CAPITALES PERFECTO

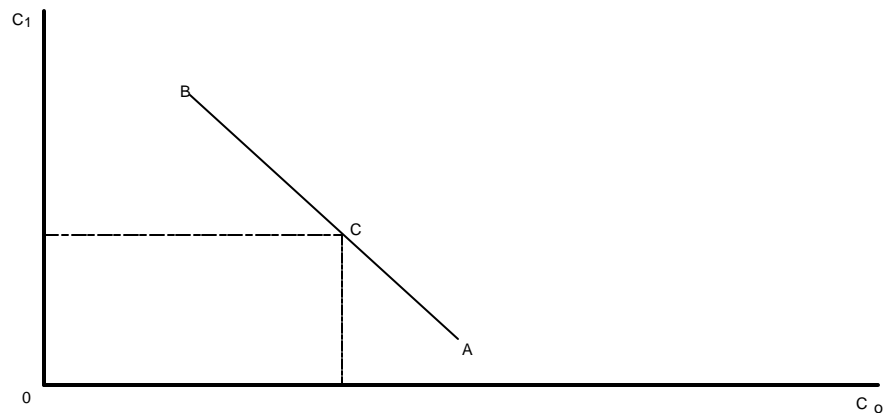
Su supone la existencia de una única tasa de interés de mercado apropiada de pedir y prestar fondos. Esta tasa es la misma en ambos casos por cuanto no existen costos de intermediación que justifiquen la existencia de un spread entre tasas. Luego, se puede prestar o pedir prestado cualquier cantidad de recursos a la única tasa de interés libre de riesgo vigente i .

En el modelo, la existencia de un mercado de capitales perfecto puede ser representado con una línea recta con pendiente $-(1+i)$. Esperamos que esta línea tenga una pendiente de más de 45° si la tasa de i es positiva. A lo largo de ella se cumple que la relación básica $VP=VF/(1+i)$.

Sea A la posición financiera inicial de un individuo, donde dispone de CA pesos hoy y CB en el futuro. El puede entonces acceder al mercado de capitales y modificar a voluntad su patrón de consumo a lo largo de la línea $WoW1$ que llamaremos Línea del Mercado de capitales. Por ejemplo, puede alcanzar el punto B , para lo cual debe acudir al mercado de capitales a endeudarse a la tasa de interés vigente. En ello su consumo presente aumenta de CA a CC y su consumo futuro disminuirá de CB a CD .



Así, describimos un mercado de capitales perfecto si, dado una dotación inicial C , podemos endeudarnos (avanzar hacia A) o prestar (avanzar hacia B) desplazándonos en líneas de la misma pendiente $-(1+i)$ en ambos casos.



Es necesario destacar que cualquier cambio en el patrón de consumo de la forma descrita, ya sea prestando o endeudándose, no cambia el valor de la riqueza del individuo. Denotamos el valor presente de la riqueza (W_0) a la actualización del patrón del consumo total disponible, es decir,

$$W_0 = C_A + C_B/1+i = C_C + C_D/1+i \text{ y en general: } W_0 = VP + VF/1+i$$

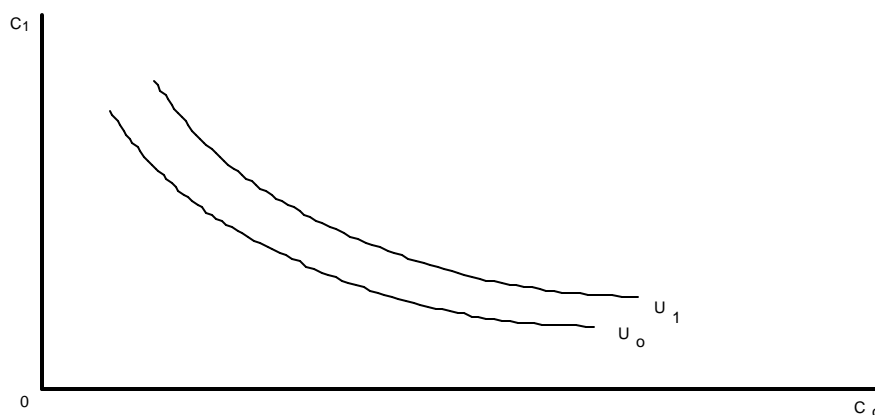
Así W_0 es el monto total que un individuo tiene disponible hoy para tomar sus decisiones óptimas de consumo e inversión, por cuanto puede transformar sin costo cualquier distribución de consumo presente-futuro a su equivalente en valor actual (W_0).

3.4.- INDIVIDUOS RACIONALES, MAXIMIZADORES DE UTILIDAD

Se asume que se cumplen los axiomas tradicionales de las preferencias, las que definen, para nuestro caso, funciones de utilidad intertemporales $U(C_0, C_1)$ para el caso de dos instantes. De ellos (los axiomas) se derivan curvas de indiferencia bien comportadas. Los individuos (propietarios o accionistas de empresas) buscan maximizar egoístamente su propio bienestar (utilidad), y el bienestar es función creciente del consumo.

U es una función de utilidad bien comportada, en particular es estrictamente cóncava y doblemente diferenciable. La utilidad es función creciente del consumo presente y futuro, es decir:

$$\frac{dU}{dC_0} > 0 \quad , \quad \frac{dU}{dC_1} > 0$$

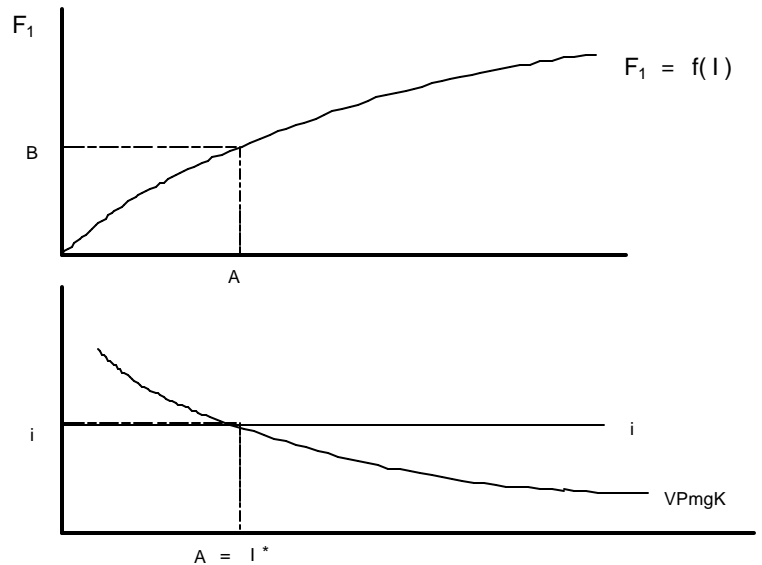


En el gráfico, U_0 y U_1 son curvas de indiferencia. Ciertamente $U_0 < U_1$, es decir el nivel de utilidad se incrementa hacia arriba y a la derecha.

3.5.- EXISTENCIA DE OPORTUNIDADES DE INVERSIÓN PRODUCTIVA

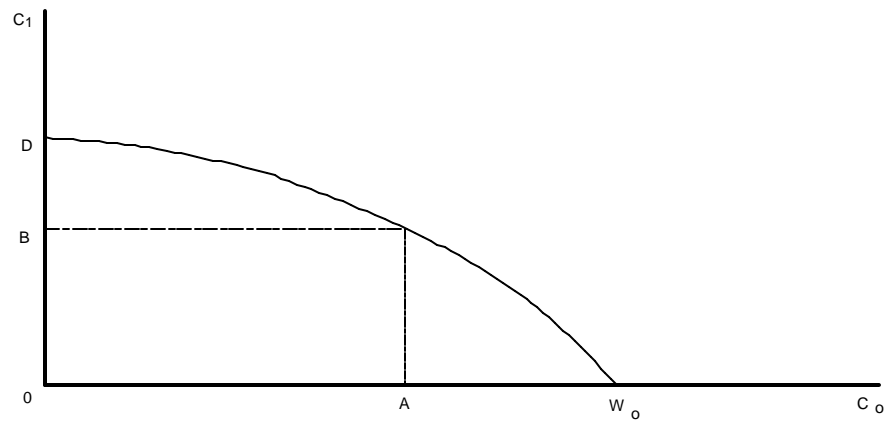
Todas las empresas (y los individuos) enfrentan oportunidades de inversión que entregan ciertos flujos futuros de caja con certeza. Se supone ausencia de indivisibilidades y que los proyectos son independientes entre sí (no son mutuamente excluyentes).

Dichas oportunidades o proyectos pueden ser ordenados (rankeados) de acuerdo a su rentabilidad de mayor a menor, reflejando así la productividad marginal decreciente de capital. Esto significa que mientras más invierta una empresa, podrá ir aspirando a rentabilidades marginales (adicionales) cada vez menores, e incluso negativas. No afirmamos que se ejecutarán, sino que están disponibles.



El gráfico muestra esta relación a través de una función de transformación $F_1 = f(I)$ creciente pero a tasas decrecientes respecto a la inversión. La pendiente de $F_1 = dF_1/dI$ corresponde a la curva del valor de producto marginal (VPMg) o TIR marginal. Más adelante (5.3 Criterios de Decisión) volveremos sobre este punto para analizar algunas relaciones importantes.

Graficando dichas relaciones en nuestro esquema de tiempo presente y futuro tenemos la curva WoD que denominamos frontera de oportunidades de inversión.



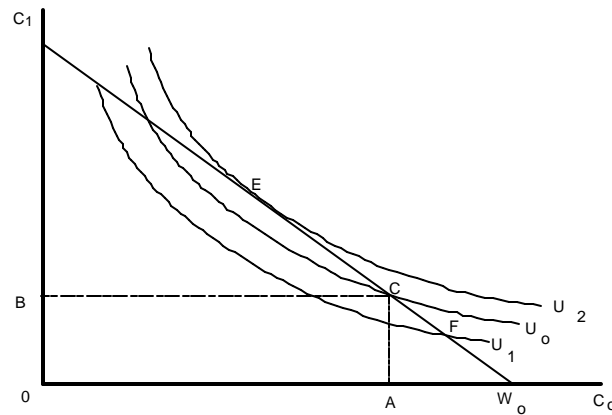
Puede apreciarse que esta frontera corresponde exactamente al primer gráfico pero en términos inversos para el valor presente, por cuanto la inversión significa aquí sacrificio o disminución del consumo presente. Así una inversión OA del primer gráfico equivale a AW_0 en el último gráfico.

4.- LA CONDUCTA DE OPTIMIZACIÓN

En este capítulo se estudian las condiciones para la toma eficiente de decisiones de un individuo con una función de utilidad conocida, y que enfrenta 3 diferentes escenarios. Se derivan las condiciones marginales de eficiencia y se desarrollan ejemplos para cada caso.

4.1.- SIN OPORTUNIDADES DE INVERSIÓN Y CON MERCADO DE CAPITALES

Suponemos primero que no se dispone de oportunidades de inversión, pero que sí tenemos acceso al mercado de capitales. En ese caso (vea la siguiente Ilustración) si un individuo posee una dotación inicial A hoy día y B en el futuro, podrá acceder a la curva de indiferencia U_0 en el punto C. Este sería el nivel de utilidad sin acceso al mercado de capitales, por cuanto no podría modificar su patrón original de consumo presente y futuro, incurriendo como veremos, en una desutilidad.



Sin embargo, si es posible ir al mercado a ahorrar o a endeudarse entonces existe también la posibilidad de desplazarse desde C hacia cualquier punto a través de la línea del mercado de capitales, como E ó F . Este análisis nos lleva a que el individuo intentará maximizar su beneficio desplazándose hacia E , por cuanto en ese punto logra la mayor curva de indiferencia al nivel de utilidad U_2 . Esta persona es entonces ahorrador o prestamista.

Note que si bien el punto F está disponible, representa un menor nivel de utilidad y no será deseado en consecuencia.

Luego, la conducta de maximización de la utilidad establece que debe alcanzarse siempre el punto E que representa la mayor curva de indiferencia factible. En el punto E ocurre una condición muy particular y es que la pendiente de la curva de indiferencia es igual a la pendiente de la línea del mercado de capitales.

Formalmente el problema a resolver consiste en encontrar dos niveles de consumo presente C_0 y futuro C_1 que maximizan la utilidad sujeto a la restricción impuesta por la riqueza disponible por el individuo, es decir:

$$\text{MAX } U(C_0, C_1) \\ \{C_0, C_1\}$$

$$\text{S.T. } C_1 = W_1 - C_0(1+i) \text{ ó } W_0 = C_0 + C_1/(1+i)$$

donde, en general, se conoce la función de utilidad, la tasa de interés y la riqueza (W_0 ó W_1).

Geométricamente, la restricción representa la posición de la línea del mercado de capitales que nace en W_0 . Aplicando el Lagrangeano:

$$\text{MAX } L = U(C_0, C_1) + \lambda(C_0 + C_1/1+i - W_0)$$

Las condiciones necesarias de primer orden (FOC) son:

$$\frac{dL}{dC_0} = \frac{dU}{dC_0} + 1 = 0$$

$$\frac{dL}{dC_1} = \frac{dU}{dC_1} + \frac{1}{1+i} = 0$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = C_0 + \frac{C_1}{1+i} - W_0 = 0$$

Simplificando se tiene

$$\frac{\frac{dL}{dC_0}}{\frac{dL}{dC_1}} = -(1+i)$$

que es la condición de maximización de la utilidad en las condiciones que hemos establecido.

Por otro lado, de los cursos de microeconomía sabemos que la pendiente de una curva de indiferencia en un punto cualquiera (dC_1/dC_0) se obtiene diferenciando totalmente la función de utilidad e igualando a cero:

$$dU(C_0, C_1) = 0$$

$$\frac{dU}{dC_0} \cdot dC_0 + \frac{dU}{dC_1} \cdot dC_1 = 0$$

es decir:

$$\frac{dC_1}{dC_0} = - \frac{\frac{dU}{dC_0}}{\frac{dU}{dC_1}} = MRS(C_0, C_1)$$

es la pendiente de la curva de indiferencia y que se define como la tasa marginal de sustitución de C_1 por C_0 .

Luego, nuestra condición inicial señala que la maximización de la utilidad se obtiene cuando la pendiente de las curvas de indiferencia se iguala a la pendiente de la línea del mercado de capitales. Es decir:

$$TMS(C_0, C_1) = -(1+i)$$

Algunos ejemplos ayudarán a ilustrar la aplicación de estos resultados:

EJEMPLO No 1:

Supongamos un individuo con un horizonte de un período y que su función de utilidad es $U = C_0 \cdot C_1$. Sus ingresos presentes y futuros son de \$10.000 y \$5.250 respectivamente y la tasa de interés = 5%. ¿Cuál es el nivel de consumo presente y futuro óptimos?

SOLUCIÓN:

Podemos obtener el valor presente en la riqueza del individuo,

$$W_0 = 10.000 + 5.250/1,05 = 15.000$$

$$L = C_0 \cdot C_1 + \lambda(C_0 + C_1/1,05 - 15.000)$$

FOC:

$$\frac{dL}{dC_o} = \frac{dU}{dC_o} + 1 = 0$$

$$\frac{dL}{dC_1} = \frac{dU}{dC_1} + \frac{1}{1,05} = 0$$

$$\frac{dL}{dI} = C_o + \frac{C_1}{1,05} - 15.000 = 0$$

Resolviendo : $C_o = C_1/1,05$ y $C_1/1,05 + C_1/1,05 - 15.000 = 0$

entonces : $C_1 = \$7.875$ y $C_o = \$7.500$

El cumplimiento de las condiciones de segundo grado (SOC) están aseguradas por las propiedades de regularidad y estricta cuasiconcavidad, asumidas para la función de utilidad.

EJEMPLO No 2:

(Fuente original son las notas de clases del profesor Merton Miller, U de Chicago).

Este set de ejemplos ocurrirá en un mundo de 1 período sin riesgo. Ln representa logaritmos naturales. Usted ha sido contratado como administrador financiero de una estrella de televisión. Después de algunas preguntas usted y él/ella están de acuerdo en que los patrones de consumo para dos momentos pueden ser rankeados de acuerdo al siguiente índice de preferencias:

$$U = \ln C_1 + \ln C_2$$

1. ¿Cuál de los siguientes factores de consumo es preferido?. ¿Porqué?

	C1	C2	TOTAL
A	200.000	100.000	300.000
B	100.000	200.000	300.000
C	150.000	150.000	300.000

Respuesta: C

2. Suponga que la tasa de retorno sobre inversiones en activos es del 20%

a) Si su cliente ganara 240.000 hoy y 60.000 en el futuro, ¿Cuál es el máximo estándar de vida posible en el momento 2 si el consumo presente está restringido a 100.000?

Respuesta: 228.000

b) ¿Cuál es la respuesta con el patrón de consumo inverso: 60.000 hoy y 240.000 en el futuro?

Respuesta: 192.000

c) ¿Cuál es el valor presente del consumo del cliente en cada caso ((a)=patrón 1, (b)=patrón 2)?

Respuesta: 290.000 y 260.000

d) ¿Cuál es la riqueza corriente del cliente en cada caso?

Respuesta: 290.000 y 260.000

3. Ud recuerda de microeconomía que el consumo óptimo de un individuo con este tipo de función de utilidad es: consumo igual a la riqueza dividido por el número de momentos de vida restantes (es decir $C^* = W_0/2$, y no olvide verificarlo).

a) ¿Cuál es el patrón de consumo (C_0, C_1) para cada uno de los patrones anteriores?

Respuesta: Patrón 1 : $C_1 = 145.000$, $C_2 = 174.000$

Patrón 2 : $C_1 = 130.000$, $C_2 = 156.000$

b) Muestre que los patrones obtenidos son óptimos.

Respuesta: Patrón 1 : $U = 23,9512995$

Si $C_1 = 146.000$, $U = 23,9512520$

Si $C_1 = 144.000$, $U = 23,9512520$

Patrón 2 : Verificar

4. Suponga una economía compuesta por 10^7 personas con iguales ingresos en los momentos 1 y 2. Las preferencias de todos ellos son del tipo $U = \ln C_0 + \ln C_1$. La economía es cerrada y no existen oportunidades de almacenamiento.

a) ¿Cuál debe ser la tasa de interés que equilibre el mercado en el nivel de consumo óptimo?

Respuesta: Cero, ya que $C_1=C_2$

b) Muestre que a esa tasa el monto que los individuos del patrón 1 quieren prestar será exactamente igual al monto que los individuos del patrón 2 quieren endeudarse.

Respuesta: 90.000

4.2.- CON OPORTUNIDADES DE INVERSIÓN Y SIN MERCADO DE CAPITALES

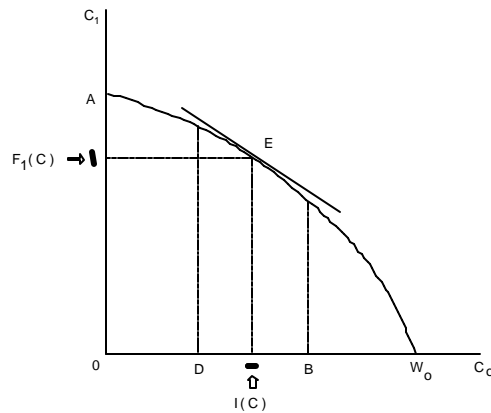
Esta situación ha sido denominada comúnmente como "el mundo de Robinson Crusoe". La analogía es clara: el señor Crusoe se encuentra sólo en una isla y no tiene acceso al mercado de capitales, sólo dispone de oportunidades de inversión que podemos ejemplificar con el tiempo de descanso que debe sacrificar para invertirlo cosechando cocos.

Debemos hacer en esta parte una precisión respecto del concepto de rentabilidad: en nuestro escenario de un período, rentabilidad y tasa interna de retorno (TIR) son la misma cosa y pueden ser tratadas como sinónimos. Sin embargo en el caso de períodos múltiples, la TIR pierde significado económico y adquiere sólo un sentido matemático exacto (por este motivo se suele afirmar que este es un criterio inferior al del VAN).

Para un proyecto: rentabilidad = TIR = $F1/I - 1$

Cuando se tienen muchos (infinitos) proyectos, cada uno con una inversión muy pequeña dI , debemos diferenciar entre rentabilidad marginal (TIR marginal) y rentabilidad media (TIR media).

a) TIR Marginal: $dF1/dI - 1$, corresponde a la rentabilidad de cada proyecto individual de un set de proyectos rankeados por rentabilidad. Por ejemplo, el proyecto C de la siguiente ilustración requiere una inversión representada por una pequeña distancia destacada en negro en el eje horizontal. En compensación a esa inversión se obtiene la pequeña distancia destacada en negro en el eje vertical. Así la TIRmg (C) en el límite es la derivada (pendiente) de la frontera en el punto E.



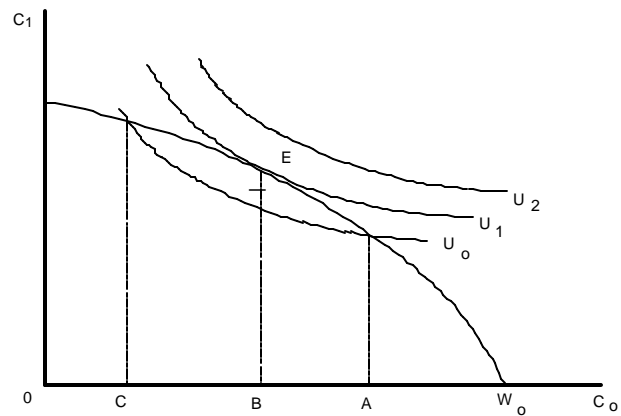
Recuerde que la frontera representa las combinaciones inversión y flujo futuro de infinitos proyectos presentados en orden de rentabilidad decreciente (TIR), entonces la pendiente de la frontera entrega la pendiente de cada proyecto, y debido al ordenamiento, la pendiente disminuye desde W_0 hacia la izquierda.

b) TIR Media: es la rentabilidad promedio de un set de proyectos. Por ejemplo la TIR media de todos los proyectos desde W_0 hasta C corresponde a la pendiente de un rayo que va desde el origen (W_0) hasta E, es decir,

$$TIR_{me}(C) = EC/W_0C - 1$$

Naturalmente $TIR_{me}(C) >$ que $TIR_{mg}(C)$ debido a que la primera considera todas las rentabilidades previas a C (que tienen mayor rentabilidad que C), mientras que $TIR_{mg}(C)$ sólo considera la rentabilidad del proyecto C aisladamente (más sobre el concepto de TIR media y TIR marginal se encontrará más adelante en el punto 5.3).

Volviendo a nuestro problema, la pregunta que en definitiva se intenta responder es ¿Cuánto debe invertir el Sr Crusoe para maximizar su bienestar?. Un rápido vistazo del gráfico siguiente nos muestra que la máxima curva de indiferencia factible está representada por U_1 .



Sabemos que U_2 no es alcanzable y también sabemos que U_0 no es un óptimo ya que invirtiendo A o invirtiendo C no alcanzamos la mayor curva de indiferencia que es U_1 . Sólo invirtiendo W_0B se logra este objetivo.

En el punto E, que es el óptimo, ocurre que la pendiente de la curva de indiferencia es igual a la pendiente de la frontera o curva de oportunidades de producción.

$$\begin{aligned} \text{Formalmente:} \quad & \text{Max } U(C_0, C_1) \\ & \{C_0, C_1\} \\ & \text{ST } C_1 = f(I) \end{aligned}$$

En particular sabemos que $C_1 = f(I)$ es una función creciente que puede ser expresada en el gráfico como $C_1 = f(W_0 - C_0)$ por cuanto $I = W_0 - C_0$, lo que facilita los cálculos matemáticos. Luego, aplicando el Lagrangeano:

$$\text{MAX } L = U(C_0, C_1) + \lambda(f(W_0 - C_0) - C_1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial C_0} = \frac{\partial U}{\partial C_0} + \lambda \cdot \frac{\partial f}{\partial C_0} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial C_1} = \frac{\partial U}{\partial C_1} - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = f(W_0 - C_0) - C_1 = 0$$

y resolviendo el sistema:

$$-\frac{\frac{\partial U}{\partial C_0}}{\frac{\partial U}{\partial C_1}} = \frac{\partial f}{\partial C_0}$$

Esta es entonces la condición de equilibrio en la decisión de inversión con ausencia de Mercado de Capitales, y significa que la pendiente de la curva de indiferencia (TMS) debe ser igual a la productividad marginal del Capital, puesto que $dF/dC_0 < 0 = -dF/d\lambda$.

EJEMPLO No 3:

Robinson Crusoe enfrenta oportunidades de inversión dadas por $C_1 = 2,6667 \cdot I - 0,000889 \cdot I^2$. El valor presente de su riqueza es de \$1.500 y su función de utilidad está dado por $U = C_0^{3/2} \cdot C_1$. Se busca determinar los niveles de consumo e inversión óptimas sin acceso al mercado de capitales.

DESARROLLO:

$$\text{MAX } U = C_0^{3/2} \cdot C_1$$

$$\text{ST: } C_1 = 2,6667 (1.500 - C_0) - 0,000889 \cdot (1.500 - C_0)^2$$

Simplificando la restricción, tenemos que $C_1 = 2.000 - 0,000889 C_0^2$

De donde se obtiene que:

Respuesta: 54,9%

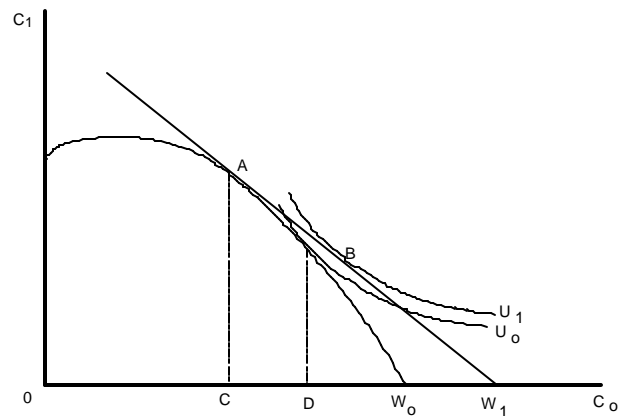
c) ¿Cuál será el consumo presente, la inversión y el endeudamiento (préstamo) de un individuo cuyas tenencias individuales son de 75.000 sacos? ¿O de 25.000 sacos?

Respuesta: $W_1 = 91.667$, $C_1 = 45.833$, $I_1 = 16.667$, Compra = 12.500
 $W_1 = 41.667$, $C_1 = 20.833$, $I_1 = 16.667$, Deuda = 12.500

4.3.- CON OPORTUNIDADES DE INVERSIÓN Y CON MERCADO DE CAPITALES.

En esta situación veremos como se obtiene una maximización del bienestar a través de un procedimiento en dos etapas, que se basa en el llamado "Teorema de Separación de Fisher", bajo el cual las decisiones de inversión son independientes y diferentes de las decisiones de consumo.

Revisemos el gráfico con todos los elementos incluidos.



La solución óptima se ubica ciertamente en el punto B , pero esta solución se obtiene alcanzando previamente la solución productiva óptima (primer paso), esto es, invirtiendo hasta el punto en que deberían suspenderse nuevas inversiones adicionales. Este es el punto A , en el cual se invierte el monto W_0C , lo que asegura la maximización del nuevo valor presente de la riqueza del individuo W_1 .

Como segundo paso debe acudir al mercado de capitales para ubicar el patrón de consumo que maximiza la utilidad.

En el ejemplo, el individuo acude al Mercado de Capitales a endeudarse, para llegar entonces al punto B donde se alcanza U_1 , es decir

la mayor curva de indiferencia disponible. Otras implicancias corporativas del teorema de separación veremos más adelante.

En resumen:

Primer paso: alcanzar punto A. Igualar la pendiente de frontera eficiente con pendiente de la línea de mercado de capitales. Este resultado es importante por cuanto exige igualar la rentabilidad del último proyecto aceptado con el costo de oportunidad asociado (es decir la tasa de interés). Este costo de oportunidad puede ser explícito en el caso de endeudarse y tener que pagar esos intereses, o implícito en el caso de dejar de ganar el interés para destinar los fondos a un proyecto productivo.

Segundo paso: alcanzar el punto B. Igualar la pendiente de la curva de indiferencia con la pendiente de la línea del mercado de capitales, lo que permite a cada propietario maximizar su utilidad independiente de la forma de sus preferencias, tal como veremos en el punto 5.2.

EJEMPLO No 5:

Un individuo cuya función de utilidad está dado por $U(C_0, C_1) = C_0^{0.5} \cdot C_1^{0.5}$ enfrenta oportunidades de inversión dadas por $Y = 20 \cdot I^{0.5}$. La tasa de interés del mercado es del 8%, su riqueza inicial es de \$300. Determinar los óptimos.

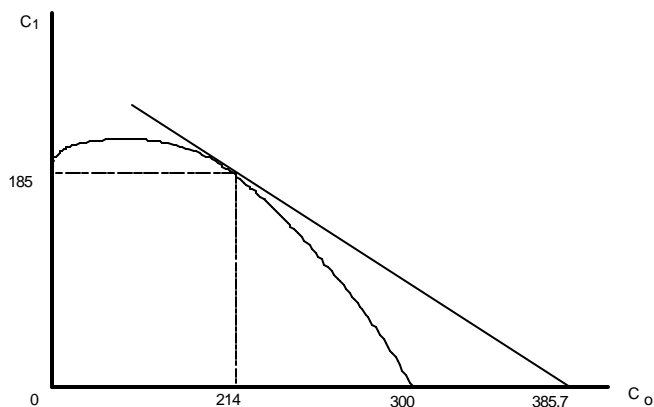
Solución :

$$TMT = (1+i) \rightarrow 10 \cdot I^{-0.5} = 1,08$$

Despejando I: $I = 85,7339$, $Y_1 = 185,1852$

Luego la nueva riqueza es de $W_0 = 385,737$. El segundo paso es buscar la tangencia de la curva de indiferencia con la línea del mercado de capitales, lo que se deja como ejercicio para el lector (Respuesta: $C_0 = 192,8$ y $C_1 = 208,26$).

Gráficamente:



EJEMPLO No 6:

Suponga que usted posee una granja que, si es explotada eficientemente, puede producir maíz de acuerdo a la siguiente fórmula de transformación:

$$Y_2 = 400 \cdot I_1^{0.5}$$

Donde I_1 es el número de sacos de granos plantados en el momento 1 y Y_2 es el número de sacos obtenidos por el propietario en el momento 2, netos después de todos los pagos de trabajo y otros inputs.

a) Si 50.000 de sacos son plantados, ¿Cuál será el producto neto de granos el siguiente año?

Respuesta: 89.442,72

b) Si el propietario se fija una meta de 100.000 sacos, ¿Cuál será el mínimo número de sacos que debe plantar?

Respuesta: 62.500

c) Si 22.500 sacos son plantados ¿Cuál será la tasa promedio de retorno sobre la inversión en granos? ¿Cuál será la tasa marginal de retorno?

Respuesta: TIRme = 166,7% y TIRmg = 33,33%

d) Si la tasa de interés es 33 1/3%, no hay riqueza inicial y el propietario se endeuda en 22.500 sacos, ¿Cuál es el balance del propietario (en sacos)?

Respuesta: Activos = 45.000 , Préstamo = 22.500 , Patrimonio = 22.500

e) ¿Cuál debe ser el patrimonio neto del propietario si 23.000 sacos fueran adeudados y plantados?

Respuesta: Activos = 45.498, Préstamo = 23.000, Patrimonio = 22.498

f) ¿Cuál debe ser (aproximadamente) la tasa de retorno marginal sobre 500 sacos adicionalmente plantados?

Respuesta: $32,6\% = (60.663 - 60.000)/(23.000 - 22.500) - 1$

g) Suponga que, en adición, en la granja se dispone de un patrón (No.1) de 240.000 hoy y 60.000 en el momento siguiente producto de cierta actividad en TV. Prepare estados de patrimonio no consolidado y consolidado.

Respuesta: No Consolidado:

VP granos	45.000
VP TV	285.000
Deuda	22.500
Patrimonio	307.500

Consolidado :	Pat. en Granja	22.500
	VP TV	285.000
	Patrimonio	307.500

h) ¿Cuál será el patrimonio consolidado si el cliente tiene un patrón (2) de 60.000 hoy y de 240.000 en el futuro?

Respuesta: Consolidado:

Patrimonio en granja	22.500
VP TV	240.000
Patrimonio	262.500

i) ¿Cuál será su estado de fuentes y usos de fondos proforma para cada patrón (en el momento 1) después de tomar en cuenta el plan de consumo óptimo propuesto?

Respuesta: Patrón 1: (C1=1/2 W1)

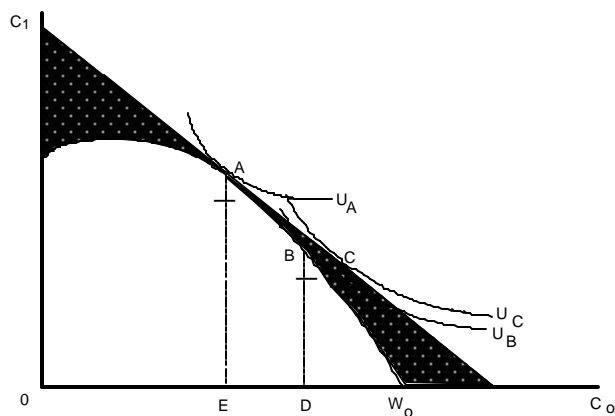
Fuentes	: de la TV	240.000
Usos	: Consumo	153.750
	Compra de activos	86.250

Patrón 2:	Fuentes	: TV	60.000
		: de endeudamiento	71.250
	Usos	: consumo	131.250

5.- APLICACIONES CORPORATIVAS.

5.1.- IMPORTANCIA DEL MERCADO DE CAPITAL

De nuestra discusión anterior se desprende claramente que cuando Robinson Crusoe tiene acceso al Mercado de Capitales perfecto puede incrementar su bienestar por el solo hecho de acceder a él.



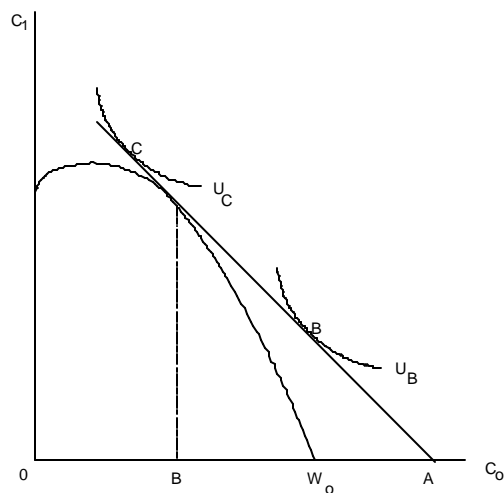
En esta ilustración vemos que todo el sector achurado está ahora disponible por el hecho de acceder al mercado (ventaja del comercio), representando mayores niveles de utilidad. Sólo en un caso a un individuo el mercado no le favorecerá (el punto A) pero tampoco le perjudicará. Todo el resto se verá beneficiado.

Por ejemplo, supongamos que Robinson Crusoe posee un mapa de curvas de indiferencia representado por U_B y U_C . Inicialmente, cuando se encontraba aislado, su decisión de consumo e inversión óptima era la misma, es decir el punto B en la tangencia entre la curva de indiferencia y la frontera eficiente, (invirtiendo W_0D) que le representa un nivel de utilidad U_B . Sin embargo cuando surgen las posibilidades de préstamo/endeudamiento en un mercado perfecto, Robinson Crusoe puede alcanzar el punto C que representa un nivel de utilidad U_C . Por cierto $U_C > U_B$.

Para alcanzar U_C , Crusoe debe primero invertir W_0E y como segundo paso ubicarse en C de acuerdo al teorema de separación.

5.2.- PROPIETARIOS Y AGENTES

Una implicancia fundamental del Teorema de Separación se refiere a la relación principal-agentes, donde los agentes son aquí los administradores o gerentes, personas contratadas por el propietario (principal) para gestionar su empresa o patrimonio. A continuación interpretaremos nuestro modelo tradicional como una empresa. De esta forma, debemos denotar W_0 como la dotación inicial de una empresa o el aporte inicial de sus propietarios o accionistas, lo que constituirá el valor de mercado de una empresa todo patrimonio. Este patrimonio se mantendrá constante en W_0 mientras la empresa no disponga de oportunidades de inversión productiva. Cuando estas existen entonces el patrimonio/valor de la empresa se incrementará hasta A , dado que se invierte W_0B .



Supongamos en el siguiente gráfico que U_B y U_C representan curvas de indiferencia de 2 accionistas que comparten la propiedad de la empresa en un 50% cada uno, en este caso una implicancia clara del modelo es que el administrador o agente, para maximizar la riqueza de ambos propietarios (B y C) no necesita consultar la opinión a cada uno para lograr dicho objetivo final, simplemente debe guiarse por una regla objetiva, es decir invertir simplemente hasta el punto óptimo (W_0B), y a continuación cada propietario, independientemente y en atención a sus preferencias individuales elegirá el patrón óptimo de consumo (B o C) que maximiza su utilidad individual.

Entre otras palabras, los propietarios pueden delegar la administración de la empresa a gerentes o agentes con la clara misión de maximizar el valor presente del patrimonio a través de invertir óptimamente.

5.3.- CRITERIOS DE DECISIÓN (Bajo Certeza)

Dos son los criterios básicos de decisión a la hora de seleccionar entre proyectos alternativos e independientes, ellos son el VAN (valor actual neto) y el criterio TIR (tasa interna de retorno). Veamos como se pueden desprender tales criterios en base a un análisis de nuestro modelo.

Continuando lo señalado en el punto 4.2, tenemos dos conceptos de rentabilidad (TIR): TIR marginal y TIR media. De acuerdo a estos criterios, ¿hasta dónde debe invertirse para maximizar la riqueza de los accionistas?. Nuestro análisis anterior nos lleva a concluir que el punto óptimo se encuentra en A del gráfico anterior, es decir, invertir hasta que la TIRmg o TIR del último proyecto sea igual al costo de oportunidad de los recursos. Pero veamos ahora como se relaciona este criterio con el objetivo de la maximización de la riqueza.

El VAN de un proyecto (de 2 momentos) se define como:

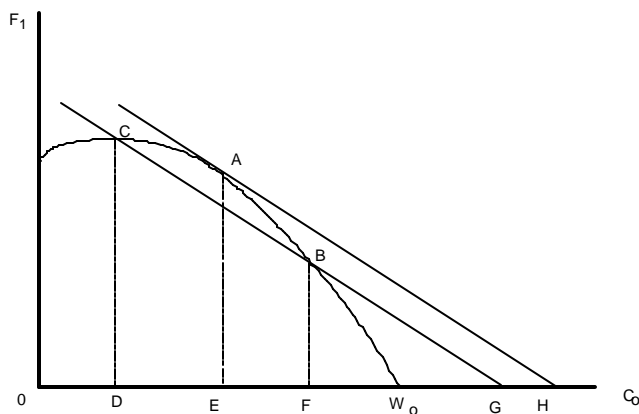
$$\text{VAN} = -I + F1/(1+i) = \text{Vo}(\text{con}) - \text{Vo}(\text{sin}) = d \text{Wo} = d \text{So}$$

donde Vo(con) es el valor presente de una empresa cuando ha tomado el proyecto (después de tomarlo), d significa cambio, y So es el valor del patrimonio (recuerde que el valor de una empresa es $V = S + \text{DEUDA}$)

Como el valor presente de la riqueza de los accionistas (Wo) aumenta o disminuye de acuerdo al VAN de los proyectos (en una cantidad exactamente igual), implica que la única forma de incrementar esta riqueza es invirtiendo óptimamente, es decir maximizando el VAN de la cartera de proyectos disponibles.

El VAN se capitaliza siempre en el momento cero, por cuanto existe perfecta certidumbre para todos los agentes involucrados y en particular para el mercado de capitales, lo que implica que estará siempre dispuesto a entregar (el mercado) el valor presente de los flujos esperados (F1) de los proyectos, lo que se traduce en una capitalización instantánea de estos flujos futuros al presente.

Veamos como se maximiza el VAN a través de 3 situaciones de acuerdo al siguiente gráfico:



a) Si se invierte W_0F tendremos un flujo futuro BF , que capitalizado a la tasa de interés del mercado se traduce en un flujo presente total de FG , el VAN de esta inversión es

$$\text{VAN } W_0F = - W_0F + GF = W_0G$$

b) El mismo resultado anterior se obtiene si se invierte por ejemplo hasta W_0D , y el VAN es el siguiente. (Ciertamente el VAN de todos los proyectos de E a D entregan un VAN negativo)

$$\text{VAN } W_0D = - W_0D + GD = W_0G$$

c) Sin embargo invirtiendo hasta el punto A (es decir W_0E vemos que el VAN es máximo

$$\text{VAN } W_0E = - W_0E + EH = W_0H$$

Como conclusión de este análisis gráfico vemos que para maximizar el VAN es necesario invertir hasta que la rentabilidad adicional entregada por el último proyecto debe ser igual al costo del capital. Si se invierte menos, el beneficio aportado por un peso adicional invertido es mayor que su costo (la tasa de i) lo que sugiere seguir invirtiendo. Por otro lado, si se pasa el punto óptimo y llegamos a una situación dada por el punto C , y tendremos que el beneficio es menor que el costo y por lo tanto la inversión debe reducirse.

Este proceso culminará en el punto A . Nótese que la riqueza de los propietarios (o el valor de una empresa todo patrimonio) se incrementa de $O W_0$ a $O H$, es decir, el VAN les pertenece por derecho propio a lo dueños de la empresa (este punto será discutido más adelante).

En resumen:

- Según regla del valor actual neto, la empresa deberá tomar todos los proyectos cuyo VAN es positivo a la tasa de interés de mercado, por cuanto ésto maximiza la riqueza de los accionistas.
- Según la regla de la TIR, la empresa deberá tomar todos los proyectos cuya tasa interna de retorno sea superior a la tasa de interés de mercado (hablamos de TIR incremental y no de TIR media)
- Para el caso de dos momentos ambas reglas nos conducen a la misma solución de inversión óptima.

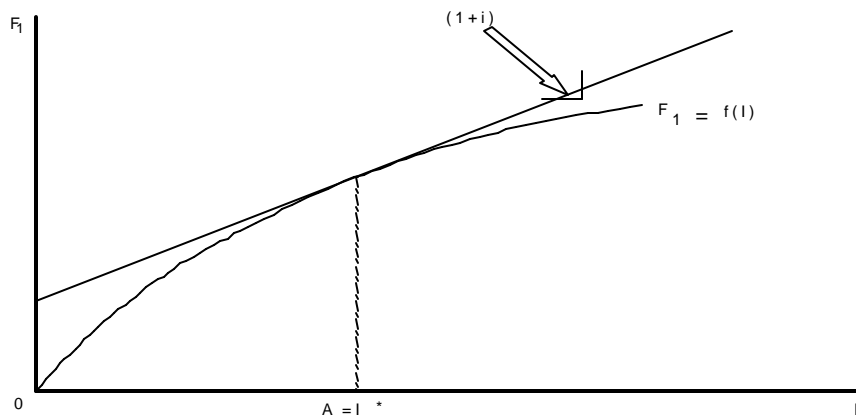
Formalmente:

$$\text{MAX}_{\{I\}} \frac{VAN}{I} = -I + \frac{F(I)}{1+i}$$

de donde:

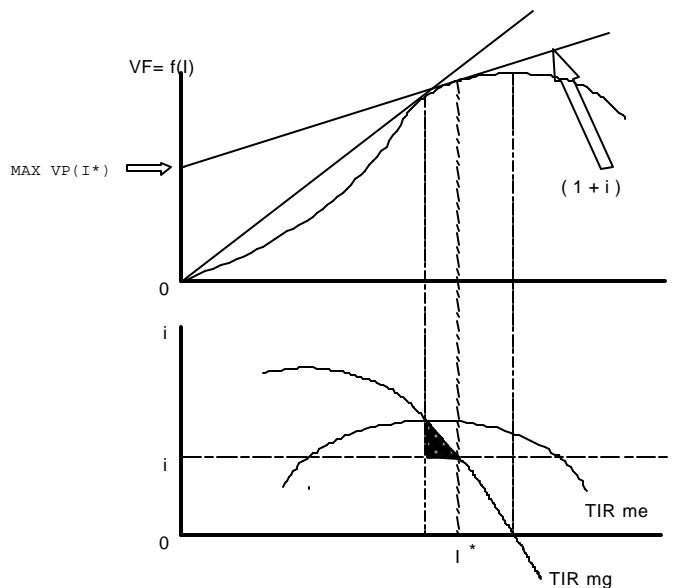
$$\frac{dVAN}{dI} = -1 + \frac{F'(I)}{1+i} = 0$$

se obtiene que $F'(I) = 1+i$, que es la condición de primer orden para obtener I óptimo que maximiza el VAN. Gráficamente:



Un análisis interesante respecto a la tasa interna de retorno puede efectuarse si suponemos una forma particular en la curva de transformación o frontera de oportunidades de inversión.

Veamos el siguiente caso:



La pendiente de la curva en un punto es la Tir Marginal, mientras que la Tir Media viene dada por la pendiente de un rayo desde 0 al punto de la curva en cuestión. Así podemos graficar la Tir Media y la Tir Marginal de la forma anterior.

Podemos ver entonces con mayor claridad cuál es el tamaño óptimo para los proyectos: Un criterio como el de la maximización de la Tir Media no es el apropiado por cuanto sugerirá invertir hasta A. En ese punto la Tir Marginal es mayor que la tasa de interés o costo de oportunidad, y en consecuencia debe aumentarse el tamaño de la inversión hasta un punto en que, como hemos visto, la Tir Marginal = i . Esto ocurre en I y el área achurada corresponde al VAN obtenido si se utiliza el criterio de la Tir Media. Luego el criterio marginal es el apropiado.

5.4.- EL COSTO Y LA ESTRUCTURA ÓPTIMA DEL CAPITAL

En una empresa conformada por puro patrimonio, cada peso aportado por los inversionistas a la empresa tiene un destino alternativo, es decir una rentabilidad alternativa.

En general, mientras más riesgosa sea la inversión mayor ha de ser el retorno exigido en equilibrio. Por cierto no nos referimos a los costos explícitos sino también a los implícitos. Por ejemplo analicemos

el caso de un individuo que esta indeciso entre arrendar o comprar un departamento. Si lo arrienda, incurrirá en un desembolso efectivo de cierta suma de dinero mensual, pero si lo compra, (o lo recibe de regalo) debe considerar que por el hecho de usarlo, está sacrificando recibir una suma por el arriendo, este costo lo llamamos costo implícito o de oportunidad. Es decir, vemos que el costo de un departamento es similar tanto para quien lo arrienda como para un propietario que vive en él.

La tasa de costo de capital para una empresa (todo patrimonio) puede definirse por la conocida relación proporcionada por el CAPM:

$$K_s = R_f + [R_m - R_f] \bullet b$$

Es decir, K_s = Tasa Libre de Riesgo + Premio por Riesgo

Así, en nuestro modelo consideramos el primer elemento de la tasa, es decir, la tasa libre de riesgo que en este caso es igual a la tasa de interés del mercado de capitales perfecto. Este es entonces el costo de oportunidad de los recursos (por cuanto cada peso puede ser depositado alternativamente en el mercado de capitales). Recuerde que ninguno de los proyectos tiene riesgo.

Por otro lado, si una empresa tiene dentro de su estructura de capital patrimonio y deuda, a veces es útil calcular el costo promedio ponderado de capital. Para nuestro caso el costo del capital y el costo de la deuda en es el mismo (la tasa de i del mercado) y en consecuencia somos indiferentes entre cual sea la estructura de capital a usar (como veremos más adelante) y el cálculo del VAN requiere en definitiva el uso de la tasa de i del mercado de capitales perfecto. Lo anterior implica que la estructura de capital por sí sola no determina los niveles óptimos de deuda y de patrimonio. Para comprender mejor este punto véase el siguiente capítulo.

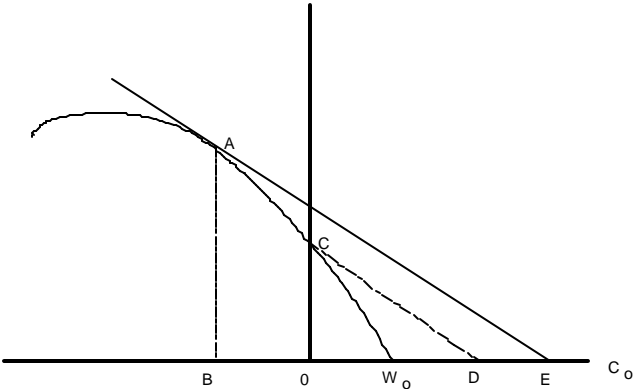
6.- EL MODELO DE FISHER CON FINANCIAMIENTO EXTERNO

Hemos visto que normalmente nuestra empresa comienza con una cierta dotación inicial W_0 y que el monto de inversión óptima que debe efectuar alcanza a ser financiado con esta dotación, es decir, $0 < \text{Inversión} < W_0$. Sin embargo, a continuación analizaremos un caso más general, en el que existe la posibilidad de recurrir a financiamiento externo para alcanzar el monto de inversión óptimo.

6.1.- POLÍTICA DE FINANCIAMIENTO

Dos son las fuentes de recursos exógenos disponibles: Deuda y Nuevas Emisiones de Capital.

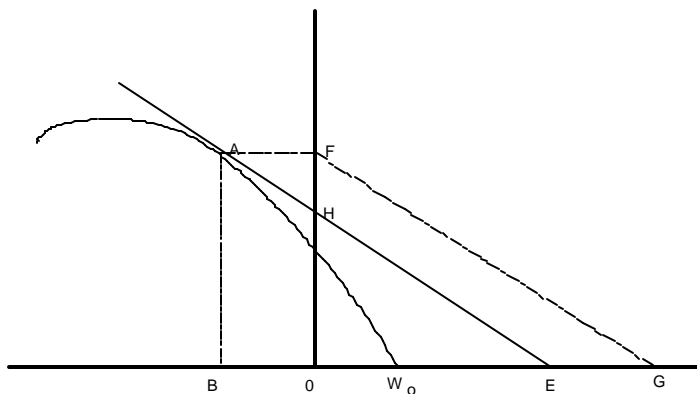
En el primer caso los propietarios emiten deuda (bonos) libres de riesgo (por cuanto existe perfecta certidumbre) y entonces el mercado descuenta este bono a la tasa de interés vigente. Por otro lado, existe la posibilidad de emitir nuevas acciones aumentando así el valor de mercado del patrimonio y de la empresa. Sorprendentemente veremos que los nuevos accionistas y los tenedores de deuda no obtienen nada del VAN de las oportunidades de inversión, y que este VAN es reservado en su totalidad a los antiguos accionistas. La situación puede ser graficada de la siguiente forma:



El valor de mercado inicial de la empresa (todo patrimonio) es OW_0 . La regla del VAN y de la TIR nos indican que la inversión óptima se encuentra en el punto A , es decir, invirtiendo W_0B . La empresa puede no recurrir al financiamiento externo y aplicar solo los recursos

disponibles $O W_0$. En este caso se invertirá hasta C , es decir $O W_0$, con lo que obtiene un VAN de $W_0 D$. Aquí no se estará tomando la decisión óptima por cuanto se pierde el monto DE del VAN.

Veamos lo que ocurre en el siguiente gráfico si la empresa emite deuda por OB . El valor futuro de esta obligación es $OB(1+i)=FH$. Note que hacemos un desplazamiento de los montos que están a la izquierda de O para trabajar solo con montos positivos. En todo caso AE es paralela a FG y la distancia AB es igual a OF que representa el flujo futuro de la inversión. Por otro lado, $OB=AF=EG$.



Note que podemos encontrar la estructura óptima de capital en este caso: $(B/V)^* = BO/OE = EG/OG$. Pero esto es solo al momento de invertir, pues después puede entregarse el 100% del valor de la empresa como dividendos.

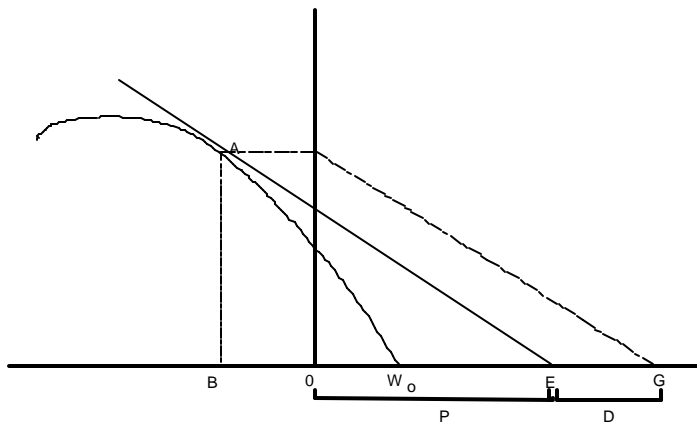
En definitiva vemos que los tenedores de deuda obtienen como valor presente el monto EG y en consecuencia no han obtenido un incremento de su riqueza por cuanto no han explotado una oportunidad de inversión. Es importante recordar que en un mercado eficiente, la inversión en títulos de oferta pública siempre entrega $VAN=0$. Debido a ello, los accionistas propietarios de la empresa obtienen todo el VAN de las oportunidades de inversión. Veamos por qué:

El monto inicial Deuda = OB y el Valor Futuro de la Deuda = $OB(1+i)$. Aquí i representa la tasa de interés nominal del documento, es decir, el interés la empresa se compromete a pagar.

El Valor Presente de la Deuda es $= (OB(1+i))/(1+i) = OB$, donde i en el denominador representa la tasa de interés a que el mercado descuenta este tipo de deuda sin riesgo. Como ambas tasas son iguales, entonces o hay VAN positivo para los tenedores de deuda (acreedores), y esto significa que sólo reciben un monto de interés justo o apropiado, y ningún adicional por sobre él.

b) Financiamiento con Deuda: En este caso el patrimonio crecerá de $O W_0$ a $O E$, mientras que la deuda conservará su valor presente de $E G$. Con ello, el valor de mercado final de la empresa es $O G$ descompuesto en ambos componentes:

$$V = \text{Pat} + \text{Deuda} = O E + E G$$



Al respecto cabe volver a preguntarse acerca de cuál es el objetivo del administrador financiero, es decir, con que objetivo es contratado por los propietarios. La respuesta es simple, sólo debe maximizar el valor de mercado del patrimonio, y no el valor de mercado de la empresa. Una empresa puede hacerse crecer simplemente tomando mucha deuda, ya que con ello incrementamos activos y pasivos. Esto no será aprobado por los propietarios si no va relacionado con un incremento del valor de mercado del patrimonio. Esta es en definitiva la razón de porqué muchos accionistas son reacios a planes de expansión cuando no está claro el efecto de los mismos en su riqueza. Existe una tendencia natural de los administradores a hacer crecer las empresas por cuanto hay cierta relación positiva entre las remuneraciones de los gerentes y el tamaño de las empresas.

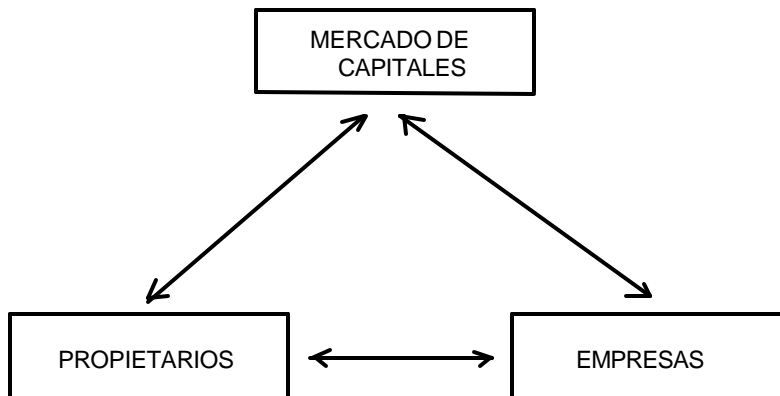
6.2.- POLÍTICA DE DIVIDENDOS

Las empresas normalmente están tomando decisiones acerca de si se pagarán dividendos o no, y en este caso acerca de cuales son los montos apropiados.

En un mundo bajo las condiciones del modelo de Fisher veremos que la Política de Dividendos es irrelevante en términos de la riqueza de los propietarios de las empresas. Ellos estarán indiferentes entre obtener dividendos o no. Veamos cual es la razón.

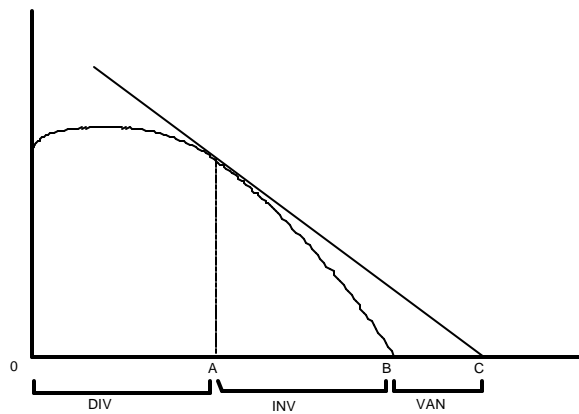
Asumamos entonces la existencia de una única tasa de interés libre de riesgo en la economía y además que los propietarios poseen una riqueza inicial dada por la suma de los valores presentes de los patrimonios de todas las empresas que posean.

Bajo esta situación inicial, cualquier ajuste en el consumo que sea deseado por los accionistas requerirá el acceder al mercado de capitales (de acuerdo a sus preferencias intertemporales). Si el caso es que se desea adelantar consumo y en consecuencia endeudarse, entonces existirán básicamente 2 formas de hacerlo: Acudir directamente al mercado de capitales o hacerlo a través de una de las empresas de la cual son propietarios y a continuación obtener el dinero de la empresa en la forma de dividendos (recuerde que estamos suponiendo la ausencia de impuestos).



Ante cualquiera de las dos alternativas habrá indiferencia, por cuanto la tasa de interés en todo el proceso se mantiene constante, es decir, las empresas y los individuos acceden al mercado con la misma tasa.

Este análisis podemos observarlo a continuación en el siguiente esquema, donde la empresa posee un valor inicial OB.



Si la empresa invierte óptimamente el monto AB obtendrá un VAN = BC. Supongamos que los accionistas deciden que se paguen dividendos por el resto del valor de la empresa (lo que no se invierte) es decir OA. En este caso el valor de mercado de la empresa se reducirá a un valor AC. Podemos ver el balance de los propietarios al comparar ambas situaciones en términos de su riqueza:

- Wo sin dividendos = OC, es decir el valor de mercado de la empresa todo patrimonio.

- Wo con dividendos = DIV + AC, es decir el monto de los dividendos (OA) más el valor de mercado restante de la empresa.

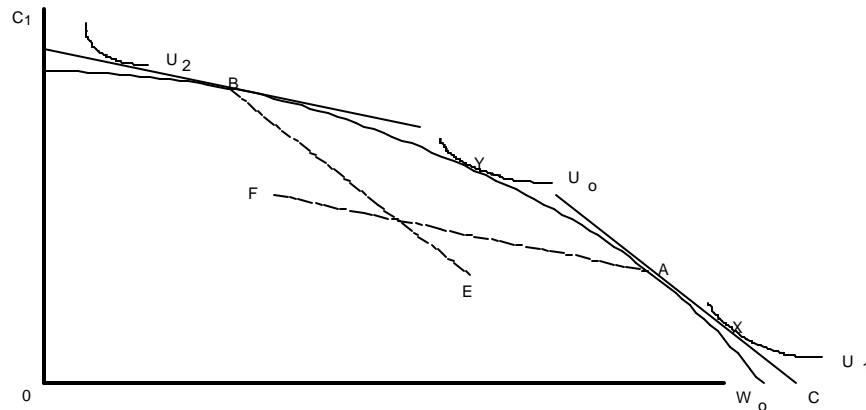
Para el caso de una empresa conformada por deuda y patrimonio puede deducirse que las conclusiones son las mismas, es decir, la política de dividendos es irrelevante. En la realidad, ciertamente, existen ciertas imperfecciones del mercado y en particular la existencia de impuestos, que pueden provocar ventajas/desventajas hacia una u otra alternativa.

7.- TÓPICOS EN EL MODELO

7.1.- COSTOS DE TRANSACCIÓN: MERCADO DE CAPITALES IMPERFECTO

Para nuestros efectos, una situación de este tipo ocurre cuando las tasas de interés de captación (ahorro) difieren de las de colocación (endeudamiento). Esta es una fuerte imperfección, constituida básicamente por honorarios e impuestos que reducen los beneficios del intercambio introducido por un mercado de capitales.

Para ejemplificar este efecto en la toma de decisiones corporativas, supongamos una empresa con un valor de mercado inicial W_0 que enfrenta un set de oportunidades de inversión productiva como la representada en el siguiente gráfico.



Vemos que ahora son dos las líneas del mercado de capitales. La superior (con menos pendiente) corresponde a la tasa de ahorro, mientras que la inferior (con mayor pendiente) corresponde a la tasa de endeudamiento.

Ambas rectas están dibujadas de tal forma que se maximicen la riqueza de los individuos. Analizaremos a continuación tres casos y veremos cuales son las decisiones de inversión óptimas bajo este nuevo escenario. Recordemos que se cuenta inicialmente con W_0 , y que la inversión óptima puede ser determinada por ahora con cualquiera de las dos tasas, mientras que el consumo óptimo deberá atenerse a la tasa que corresponde a la preferencias de los individuos por adelantar o postergar consumo.

Así podemos analizar dos situaciones:

Caso 1 :

Un individuo con preferencias representadas por U_1 : Vemos que inicialmente tendrá un dilema respecto a cual es su costo de fondos, si la tasa de captación o de colocación, pero este problema se dilucida en el siguiente paso.

Supongamos que se utiliza la tasa de captación representada por DB o por FA. En este caso su inversión óptima estará en el punto B.

El paso siguiente es maximizar el nivel de utilidad buscando la tangencia con U_1 u otra curva correspondiente a esa familia de curvas. Esta capitalización del valor futuro debe hacerse a la tasa de endeudamiento (tasa mayor), lo que llevaría a buscar tangencias en algún punto entre B y C con la curva de indiferencia (U_1) pero esta tangencia en todo caso ocurrirá hacia adentro de la frontera.

Existe otra alternativa y es utilizar la tasa de endeudamiento como tasa relevante para la evaluación del proyecto. En este caso la inversión óptima estará en el punto A y la maximización de la riqueza estará entre A y C en el punto X. Esta última solución ciertamente es superior a la anterior, y concluimos que basta analizar gráficamente las curvas de indiferencia para ver cual tasa es la relevante. Esta conclusión y análisis es equivalente para el individuo representada por U_2 .

Caso 2 :

Un individuo con preferencias representadas por U_0 : En este caso no sabemos inicialmente cual tasa debemos usar, en particular el regirnos por un criterio basado en las tasa de descuento (costo de oportunidad) nos llevará a decisiones erróneas, por cuanto invertir hasta A o hasta B implicará caer en puntos dentro de la frontera a la hora de acceder al mercado de capitales.

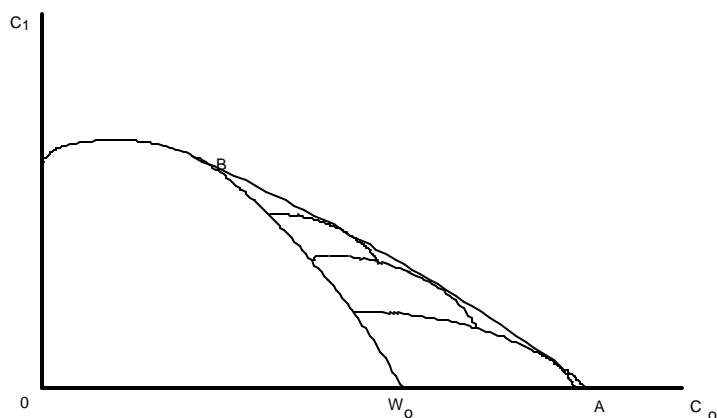
Aquí se produce una solución de autarquía y la solución que maximiza el bienestar de este individuo es invertir hasta Y. Pero aquí ningún criterio, ni el VAN ni la TIR nos son útiles, en consecuencia llegamos a la solución de Crusoe.

En definitiva, con mercados de capitales imperfectos los criterios del VAN y la TIR ya no son infalibles y entonces no se cumple el teorema de separación de Fisher. No podemos basarnos por las reglas objetivas y tenemos que conocer las preferencias individuales de los propietarios.

7.2.- TASAS CRECIENTES DE ENDEUDAMIENTO

Una de las formas de limitar los montos de los créditos otorgados por los prestamistas es cargar mayores tasas a medida que aumenta el nivel de endeudamiento.

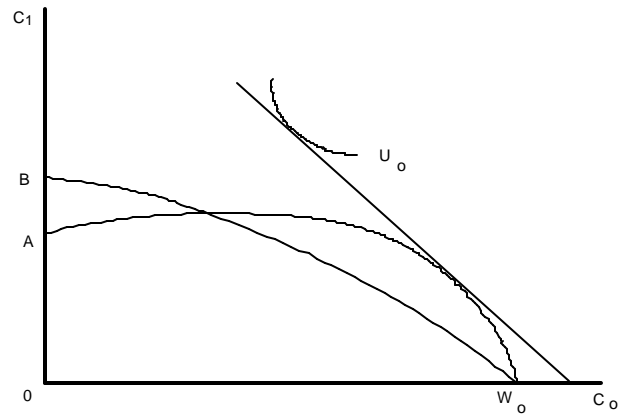
Esto corresponde análogamente al caso de una empresa que busca financiamiento vendiendo deuda. El mercado pagará menores precios (descontará a mayores tasas) mientras más endeudada esté la empresa, como una forma de protección, lo que se desprende del análisis del análisis del gráfico siguiente:



En él vemos una familia de curvas del mercado de capitales unidas por una envolvente BA que resume las tangencias de cada una de estas curvas con los puntos de máxima utilidad. Ciertamente este análisis es válido solo para los individuos cuyas curvas de indiferencia se ubiquen de forma tal que constituyan deudores netos (piden prestamos).

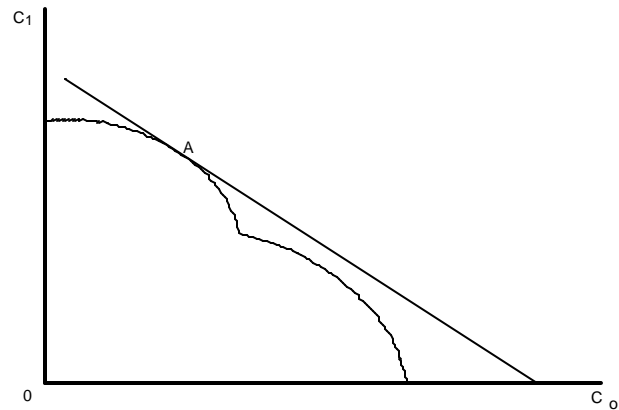
7.3.- OPORTUNIDADES DE INVERSIÓN NO INDEPENDIENTES

Volvamos al caso de los mercados de capitales perfecto y consideremos 2 grupos de proyectos mutuamente excluyentes, como por ejemplo, comprar una maquina X o una maquina Y. En este caso tendremos dos sets de proyectos que parten de un mismo punto inicial W_0 .



En el ejemplo deberá tomarse el set de proyectos representados por W_0A por cuanto obtiene la tangencia en la curva de indiferencia más alta con la línea de mercado de capitales.

Por otro lado, cuando hay proyectos menos atractivos que son requisito previo de mejores proyectos, podemos tener por ejemplo un caso como el siguiente:

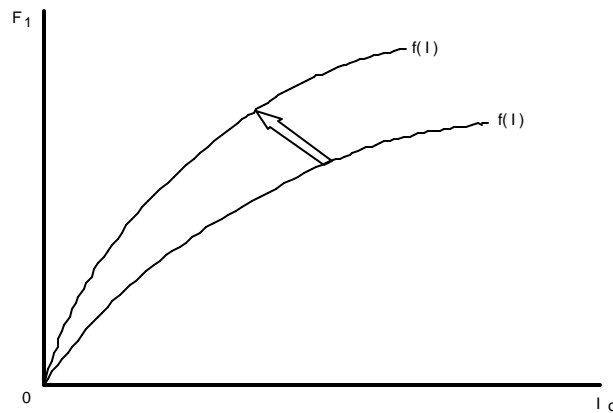


En ambos casos existe la posibilidad de que se produzcan tangencias múltiples, lo que puede llevarnos a respuestas erradas. En particular la TIR falla pero el criterio de la VAN discrimina acertadamente entre tangencias múltiples.

7.4.- CAMBIOS EN LA CURVA DE TRANSFORMACIÓN Y EN LA TASA DE i

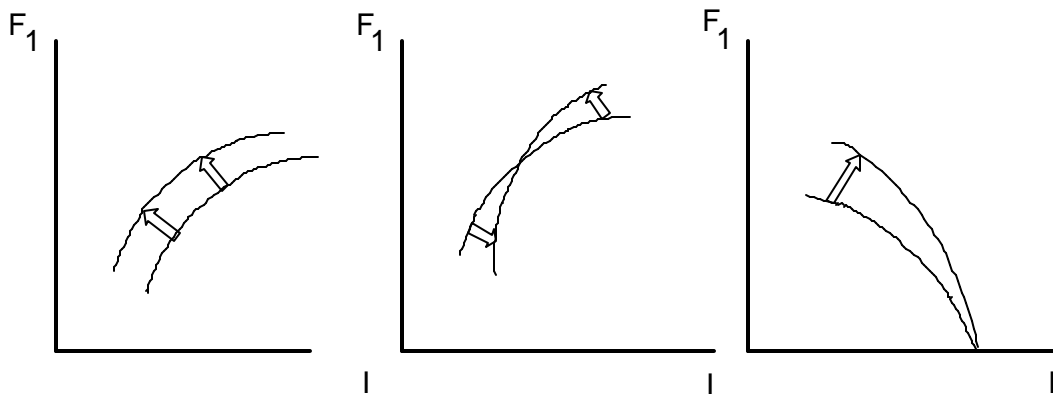
a) Cambios en la frontera de oportunidad de inversión:

Un efecto total de incremento en la función de transformación podemos desglosarla en dos efectos: un efecto de riqueza y un efecto sustitución intertemporal.



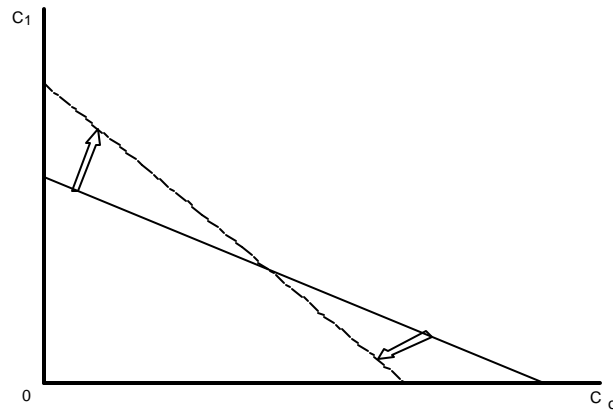
Por un lado el efecto riqueza se traduce simplemente en un desplazamiento hacia arriba (paralelo), manteniendo la productividad marginal del capital constante, mientras que un efecto de sustitución consiste en un cambio (aumento) de esta productividad (pendiente).

El efecto final incorpora un mayor bienestar, por cierto, debido a que la capitalización de este efecto involucra un mayor valor presente.



b) Cambios en la tasa de interés :

Un cambio en la tasa de interés no provoca efectos de riqueza en el agregado (unos ganan otros pierden), pero sí provoca un efecto de sustitución intertemporal.



Vemos que individualmente los individuos prestamistas se favorecen con el alza de las tasas, pero quienes mantienen posiciones acreedoras se perjudican.

-----***-----